Квадратичная форма. Метод Лагранжа

Квадратичная форма – многочлен, где каждый одночлен имеет n одночленов 2-й степени.

Квадратичная форма от 1 переменной:

Квадратичная форма от 2 переменных:

Общая квадратичная форма:

Матрица коэффициентов принимает диагональный вид:

При котором определитель не равен нулю, только когда все элементы главной диагонали не равны нулю, то есть:

Канонический вид квадратичной формы:

То есть только , хотя некоторые коэффициенты

## Теорема Лагранжа

Любую квадратичную форму можно привести к каноническому виду, используя линейные преобразования

То есть:

Можно привести к виду:

Где:

При этом преобразования должны быть невырожденными, то есть определитель матрицы преобразований

***Доказательство:***

Соберем все одночлены с , предварительно вынеся коэффициент при квадрате этой переменной

Тогда мы нашли

Тогда:

Где можно собрать многочлен квадратичной формы

Который можно разбить так же, как . Тогда мы найдем . Этот процесс конечен, поэтому мы будем находить . Так мы найдем:

## Примеры

### 1 пример

Проверим вырожденность наших замен

То есть наши замены не вырождены. Поэтому мы нашли нужный нам канонический вид

### 2 пример

Сделаем замену

Проверим на вырожденность:

То есть замена не вырождена

Тогда:

Сделаем еще одну замену.

Опять невырожденная замена. Поэтому наша квадратичная форма в каноническом виде выглядит так: